ISSN 2614-0357

ANALISIS STRATEGI BEKERJA MUNDUR DAN EKUIVALENSI PADA PERMASALAHAN NON RUTIN SISTEM PERSAMAAN

Asma' Nurul Fauziah[1], Rubono Setiawan[2]
[1] Pendidikan Matematika, FKIP, Universitas Sebelas Maret
email: fauziahasma29@gmail.com
[2]Pendidikan Matematika, FKIP, Universitas Sebelas Maret
email: rubono.matematika@staff.uns.ac.id

ABSTRACT

Non-routine issues related to equation systems are often tested in National Mathematics Olympiad as well as College Entrance Test. The usual strategy to solve the system of equations is by the method of elimination, substitution, the mixture of elimination and substitution, and the method of graph or by substitution of variables from one equation to another so as to produce new equations and then searched the roots and newly substituted into things asked. But if the system of equations contains a higher rank of two, one tends to have difficulty in finding its roots, so another more efficient strategy is needed. The combination of backward-working strategies and applying equivalence in solving non-routine problems form the system of equations can be more effectively used. The purpose of writing this article is to know and analyze how the use of reverse working strategy and applying equivalence to solve system equality problems based on Polya step and analyze the effectiveness of the strategy. The type of research used in this study is Research and Development (RnD). From this article it can be concluded that the combination of strategies working backward and applying equivalence is quite effective because it does not take much time as well as fewer calculation steps in solving non routine problems of equation system.

Keywords: *backward step strategy, applying equivalence, equality system, polya problem solving strategy*

ABSTRAK

Permasalahan non rutin terkait sistem persamaan seringkali diujikan dalam Olimpiade Sains Nasional Matematika maupun Tes Masuk Perguruan Tinggi. Strategi yang biasa digunakan untuk menyelesaikan sistem persamaan tersebut adalah dengan metode eliminasi, substitusi, campuran antara eliminasi dan substitusi, dan metode grafik atau dengan cara substitusi variabel dari persamaan satu ke persamaan yang lain sehingga dihasilkan persamaan baru kemudian dicari akar-akarnya dan baru disubstitusikan ke hal yang ditanyakan. Namun jika sistem persamaan tersebut memuat pangkat yang lebih tinggi dari dua, seseorang cenderung kesulitan dalam mencari akar-akarnya sehingga diperlukan strategi lain yang lebih efisien. Kombinasi strategi bekerja mundur dan menerapkan ekuivalensi dalam menyelesaikan soal non rutin bentuk sistem persamaan dapat lebih efektif digunakan. Tujuan dari penulisan artikel ini adalah untuk mengetahui dan menganalisis bagaimana penggunaan strategi bekerja mundur dan menerapkan ekuivalensi untuk menyelesaikan masalah sistem persamaan berdasarkan langkah Polya serta menganalisis keefektifan strategi tersebut. Jenis penelitian yang digunakan dalam penelitian ini adalah Research and Development (RnD). Dari artikel ini dapat disimpulkan bahwa kombinasi strategi bekerja mundur dan menerapkan ekuivalensi cukup efektif karena tidak memakan waktu yang banyak serta langkah perhitungan yang lebih sedikit dalam menyelesaikan soal non rutin sistem persamaan.

Kata Kunci: *strategi bekerja mundur, strategi menerapkan ekuivalensi, sistem persamaan, strategi pemecahan masalah Polya*

1. PENDAHULUAN

Dalam kehidupan sehari-hari, manusia tidak akan lepas dari masalah. Masalah yang dihadapi manusia berbeda-beda dan masing-masing mempunyai cara sendiri dalam menyikapinya. Dalam hal tersebut dibutuhkan kemampuan berpikir secara kritis, sistematis, logis, dan kreatif. Sikap dan cara berpikir seperti ini dapat dikembangkan melalui proses pembelajaran matematika karena matematika memiliki struktur dan keterkaitan yang kuat dan jelas antar konsepnya. Diharapkan bahwa semua yang belajar matematika dapat berpikir secara rasional sehingga dapat menjadi pemecah masalah yang baik.

Sebagaimana disampaikan Özcan dkk (2016), beranggapan bahwa pemecahan masalah merupakan topik penelitian yang paling hangat untuk diteliti.Hal ini menunjukkan bahwa pemecahan masalah merupakan sesuatu yang penting dalam pembelajaran matematika.Namun, pada kenyatannya kemampuan pemecahan masalah matematika Indonesia masih terbilang rendah. Hal ini dibuktikan dengan hasil laporan PISA (*Programme for International Student Assessment)* 2015 dengan literasi matematika dan ilmu pengetahuan yang diikuti 72 negara, dimana Indonesia berada di peringkat 9 dari bawah. Bahkan berdasarkan data Benhmark TIMSS (*Trends in International Mathematics and Science Study*) 2011 dalam hal memberikan alasan dan membenarkan kesimpulan dari soal rutin maupun non rutin Indonesia masih terbilang lemah. Dilihat dari aspek menghitung operasi aljabar, peserta didik Indonesia memiliki rata-rata jawaban benar sebesar 11,4% dari rata-rata jawaban benar sebesar 23,3%.

Masalah non rutin menurut Wijaya (2012: 58), merupakan masalah yang dikategorikan sebagai soal level tinggi karena membutuhkan penguasaan ide konseptual yang rumit dan tidak menitikberatkan pada algoritma. Selain itu membutuhkan juga pemikiran kreatif dan produktif serta cara penyelesaian yang kompleks. Sedangkan menurut Latterell (2005: 104), menjelaskan bahwa soal non rutin adalah soal yang proses penyelesaiannya tidak semudah menggunakan prosedur yang sudah ada. Tujuan dari soal non rutin adalah untuk menempatkan siswa dalam situasi dimana harus berpikir matematis kemudian dapat mahir dalam berfikir matematika melalui situasi yang berulang.

Salah satu masalah matematika dalam bidang aljabar adalah sistem persamaan. Beberapa sistem persamaan antara lain sistem persamaan linear dua variabel, sistem persamaan kuadrat dua variabel, sistem persamaan linear dan kuadrat dua variabel dan masih banyak lagi. Permasalahan non rutin terkait sistem persamaan seringkali diujikan dalam Olimpiade Sains Nasional Matematika maupun Tes Masuk Perguruan Tinggi.

Strategi yang biasa digunakan untuk menyelesaikan sistem persamaan tersebut adalah dengan metode eliminasi, substitusi, campuran antara eliminasi dan substitusi, dan metode grafik untuk sistem persamaan linear dua variabel. Sedangkan untuk sistem persamaan yang lainnya biasanya diselesaikan dengan cara substitusi variabel dari persamaan satu ke persamaan yang lain sehingga dihasilkan persamaan baru kemudian dicari akar-akarnya dan baru disubstitusikan ke hal yang ditanyakan. Namun jika sistem persamaan tersebut memuat pangkat yang lebih tinggi dari dua, seseorang cenderung kesulitan dalam mencari akar-akarnya sehingga diperlukan strategi lain yang lebih efisien.

Berdasarkan uraian diatas, penulis tertarik untuk membahas mengenai kombinasi strategi bekerja mundur dan menerapkan ekuivalensi dalam menyelesaikan soal non rutin bentuk sistem persamaan berdasarkan langkah pemecahan masalah yang dikemukakan oleh Polya.

Adapun tujuan dari penulisan artikel ini adalah untuk mengetahui dan menganalisis bagaimana penggunaan strategi bekerja mundur dan menerapkan ekuivalensi untuk menyelesaikan masalah sistem persamaan berdasarkan langkah Polya serta menganalisis keefektifan strategi tersebut.

2. *KAJIAN TEORI*

Masalah Matematika

Suatu pertanyaan akan menjadi masalah jika pertanyaan itu menunjukan adanya suatu tantangan *(chalange)* yang tidak dapat dipecahkan oleh suatu prosedur rutin *(routine procedure)* yang sudah diketahui oleh si pelaku (Fadjar Shadiq, 2004: 10). Definisi di atas mengandung implikasi bahwa suatu masalah harus mengandung adanya tantangan dan belum diketahuinya prosedur rutin.Prosedur rutin di sini adalah soal yang penyelesainnya sudah bisa ditebak, diketahui rumusnya, dan hanya dengan satu atau dua langkah soal sudah terselesaikan.

Tidak semua pertanyaan merupakan suatu masalah. Bagi seseorang suatu pertanyaan bisa menjadi suatu masalah sedang bagi orang lain tidak. Semuanya tergantung dengan tingkat kemampuan matematika siswa dalam memahami setiap pertanyaan atau soal yang diberikan.Dengan demikian yang dimaksud dengan masalah matematika adalah soal matematika yang tidak rutin yang tidak bisa diselesaikan dengan prosedur rutin yang dikuasai sebelumnya.

Bila ditinjau dari tingkat kompleksitas masalah, Polya (dalam Hery Susanto, 2008:3) mengklasifikasikan masalah dalam matematika sebagai berikut :

a. *One rule under your nose*
   Jenis masalah yang dapat diselesaikan secara mekanis oleh suatu aturan yang baru saja disajikan.
b. *Appication with some choice*
   Jenis masalah yang dapat diselesaikan dengan menerapkan suatu aturan atau prosedur yang diberikan pada kelas sebelumnya.
c. *Choice of combination*
   Jenis masalah yang memerlukan pemecahan masalah dengan mengkombinasikan dua atau lebih aturan.
d. A*pproaching research* level
   Jenis masalah yang memerlukan suatu kombinasi yang aneh dari aturan –aturan atau contoh namun masalah tersebut memiliki banyak cabang dan memerlukan kemandirian serta penggunaan penalaran tingkat tinggi yang cermat.

Pemecahan Masalah

Sebuah masalah matematika biasanya memuat suatu situasi yang dapat mendorong seseorang untuk menyelesaikannya akan tetapi tidak secara langsung tahu caranya. Memecahkan suatu masalah diperlukan waktu 81omputer lebih lama dari proses memecahkan soal rutin biasa. Polyamenyatakan bahwa pemecahan masalah merupakan usaha untuk mencari jalan keluar dari suatu kesulitan untuk mencapai tujuan yang tidak dengan segera tercapai.Polya juga menyatakan bahwa pemecahan masalah merupakan suatu tingkat aktivitas intelektual yang sangat tinggi.

Hal senada juga diungkapkan oleh Gagne bahwa pemecahan masalah merupakan tipe belajar yang lebih tinggi derajatnya dan lebih komplek daripada pembentukan aturan. Menurut Hudojo, pemecahan masalah secara sederhana merupakan proses penerimaan masalah sebagai tantangan untuk menyelesaikan masalah tersebut. Menurut Suwarkono (2004:1) pemecahan masalah adalah proses menerapkan pengetahuan yang telah diperoleh sebelumnya ke dalam situasi baru yang belum dikenal. Berdasarkan pendapat ahli di atas, dapat disimpulkan bahwa pemecahan masalah adalah suatu aktivitas intelektual untuk mencari penyelesaian masalah yang dihadapi dengan pengetahuan yang dimiliki.

Metode pemecahan masalah adalah suatu cara pembelajaran dengan menghadapkan siswa kepada suatu masalah untuk dipecahkan atau diselesaikan (menurut Sriyono dalam Suprapto, 2004:19). Dalam pemecahan masalah seseorang didorong dan diberi kesempatan seluas-luasnya untuk berinisiatif dan berfikir sistematis dalam

ISSN 2614-0357

menghadapi suatu masalah dengan menerapkan pengetahuan yang didapat sebelumnya.

Menurut Polya (dalam Mumun Syaban,2008:2), ada empat langkah dalam menyelesaikan masalah yaitu:

a. Memahami masalah
   Pada kegiatan ini yang dilakukan adalah merumuskan: apa yang diketahui, apa yang ditanyakan, apakah informasi cukup, kondisi (syarat) apa yang harus dipenuhi, menyatakan kembali masalah asli dalam bentuk yang lebih operasional (dapat dipecahkan).
b. Merencanakan pemecahannya (Menyusun Strategi)
   Kegiatan yang dilakukan pada langkah ini adalah mencoba mencari atau mengingat masalah yang pernah diselesaikan yang memiliki kemiripan dengan sifat yang akan dipecahkan, mencari pola atau aturan, menyusun prosedur penyelesaian.
c. Melaksanakan Strategi
   Kegiatan pada langkah ini adalah menjalankan prosedur yang telah dibuat pada langkah sebelumnya untuk mendapatkan penyelesaian .
d. Memeriksa kembali prosedur dan hasil penyelesaian
   Kegiatan pada langkah ini adalah menganalis dan mengevaluasi apakah prosedur yang diterapkan dan hasil yang diperoleh benar, apakah ada prosedur lain yang lebih efektif, apakah prosedur yang dibuat dapat digunakan untuk menyelesaikan masalah sejenis, atau apakah prosedur dapat dibuat generalisasinya.

Di Amerika Serikat, penyelidikan tentang pemecahan masalah telahdilakukan beberapa puluh tahun yang lalu. Di antaranya dilakukanoleh Dodson dan Hollander (1974). Menurut mereka kemampuanpemecahan masalah yang harus ditumbuhkan adalah :

a. Kemampuan mengerti konsep dan istilah matematika
b. Kemampuan untuk mencatat kesamaan, perbedaan, dananalogi
c. Kemampuan untuk mengidentifikasi elemen terpenting danmemilih prosedur yang benar
d. Kemampuan untuk mengetahui hal yang tidak berkaitan
e. Kemampuan untuk menaksir dan menganalisa
f. Kemampuan untuk memvisualisasi dan menginterpretasikualitas dan ruang
g. Kemampuan untuk memperumum berdasarkan beberapacontoh
h. Kemampuan untuk berganti metode yang telah diketahui
i. Mempunyai kepercayaan diri yang cukup dan merasa senangterhadap materinya

Strategi Pemecahan Masalah

Strategi pemecahan masalah matematika adalah suatu teknik penyelesaian soal-soal pemecahan masalah matematika yang bersifat praktis. Strategi ini memuat komponen materi matematika sebagai komponen yang paling penting, oleh karena itu untuk dapat memilih strategi yang paling tepat dalam penyelesaian soal-soal pemecahan masalah matematika sangat diperlukan pemahaman yang baik tentang materi itu sendiri. Beberapa strategi pemecahan masalah matematika antara lain:

a. Mencoba-coba
b. Melihat pola
c. Menggunakan variabel bantu
d. Memandang hal khusus
e. Menggambar suatu diagram .
f. Mengubah menjadi soal yang ekuivalen
g. Bekerja dengan langkah mundur
h. Membuat tabel
i. Mengenali tujuan perantara
j. Mencobakan pada soal yang lebih sederhana

Strategi Pemecahan Masalah Matematika dengan Bekerja Mundur dan Menerapkan Ekuivalensi

Masing-masing strategi memiliki ciri khusus dalam penggunaannya untuk menyelesaikan permasalahan-permasalahan matematika.Dalam pembahasan kali ini, penulis fokus pada penggunaan strategi bekerja mundur serta menerapkan ekuivalensi. Strategi langkah mundur ini merupakan cara yang berbeda dari strategi lain, dimana strategi ini memulai dari tujuan ataupun apa yang akan dibuktikan, ataupun apa yang telah diberikan pada soal. Sehingga, ciri dari strategi bekerja mundur adalah mengacu pada tujuan pada soal terlebih dahulu. Dari pernyataan ini, langkah mundur digunakan jika soal lebih mudah diselesaikan dari apa yang diminta.

Selain langkah mundur, pada pembahasan kali ini strategi yang akan digunakan adalah menerapkan ekuivalensi. Strategi ini berkaitan dengan mengubah soal yang ada ke dalam bentuk lain yang ekuivalen. Tujuannya adalah untuk mempermudah menyelesaikan soal tersebut.Sehingga ciri dari strategi ekuivalensi ini adalah digunakan ketika mendapati hal yang ditanyakan lebih kompleks daripada hal yang diketahui.

Selain kedua strategi tersebut, masih banyak strategi- strategi lain dengan cirinya masing- masing. Strategi-strategi yang ada juga dapat dikombinasikan antara satu dengan yang lain untuk saling melengkapi.

Misalnya saja dalam pembahasan kali ini akan dikombinasikan antara strategi bekerja mundur dengan menerapkan ekuivalensi. Penggunaan kombinasi strategi tersebutakan dibahas lebih lanjut pada bagian pembahasan.

Sistem Persamaan

Banyak materi yang diajarkan dalam matematika.Salah satunya adalah bidang Aljabar, khususnya sistem persamaan.Jika mendengar kata sistem persamaan, tentunya tak lepas dari persamaan.Persamaan adalah kalimat terbuka yang menyatakan hubungan "sama dengan". Ada berbagai macam bentuk persamaan, misalnya: persamaan linear dua variabel, persamaan kuadrat, persamaan lingkaran, persamaan trigonometri, dan lain sebagainya. Sedangkan sistem persamaan merupakan kumpulan dari persamaan itu sendiri. Sistem persamaan juga beragam jenisnya, seperti sistem persamaan linear dua variabel, sistem persamaan kuadrat dua variabel, sistem persamaan linear dan kuadrat dua variabel, dan lain sebagainya,.

Dalam sistem persamaan tersebut, terdapat beberapa materi yang dipelajari.Misalnya adalah mencari suatu nilai dari variabel jika diketahui sistem persamaan.Dalam olimpiade matematika tingkat SMA permasalahan tersebut sering diujikan dan memiliki tingkat kesulitan yang beragam.

3. *METODE PENELITIAN*

Jenis penelitian yang digunakan dalam penelitian ini adalah Research and Development (RnD). Penelitian dan pengembangan atau Research and Development (RnD) adalah sebuah strategi atau metode penelitian yang cukup ampuh memperbaiki praktik (Nana Syaodih Sukmadinata, 2006: 164). Penelitian dan pengembangan merupakan suatu proses atau langkah-langkah untuk mengembangkan suatu produk baru atau menyempurnakan produk yang telah ada dan dapat dipertanggungjawabkan. Produk tersebut dapat berupa perangkat keras ataupun perangkat lunak. Perangkat keras misalnya buku, modul, alat bantu pembelajaran di kelas atau di laboratorium. Perangkat lunak meliputi program 83omputer pengolahan data, pembelajaran di kelas, perpustakaan atau laboratorium, model-model pendidikan, pembelajaran, pelatihan, bimbingan, evaluasi, manajemen, dan lain-lain.

4. *HASIL DAN PEMBAHASAN*

Strategi Bekerja Mundur

Banyak manipulasi aljabar atau masalah matematika lain yang sukar dikerjakandengan arah ke depan (yaitu memulai dari data menuju ke hasil), namun begitu mudah diselesaikan setelah kita mencoba bergerak dari belakang (mulai dari hasil menuju data). Ini yang disebut dengan strategi bekerja mundur.

Contoh **:**

a. Diketahui $xy = 2$ dan $x^2 + y^2 = 5$ maka nilai $\frac{x}{y} + \frac{y}{x}$ adalah …

(OSN Matematika 2012 Tingkat Kabupaten)

Soal tersebut jika diselesaikan dengan metode substitusi tidak efektif karena melibatkan pangkat 4 pada salah satu variabel. Hal tersebut justru membuat permasalahan menjadi tambah rumit sehingga langkah yang tepat adalah menerapkan strategi bekerja mundur dengan melihat hal apa yang ditanyakan yaitu $\frac{x}{y} + \frac{y}{x}$ kemudian menyederhanakannya dan memperhatikan hal yang diketahui.

b. Diketahui $a + b = 1$ dan $a^2 + b^2 = 2$ maka nilai $a^4 + b^4$ adalah…

(OSN Matematika 2012 Tingkat Kabupaten)

Soal tersebut jika diselesaikan dengan metode substitusi tidak efektif meskipun hanya melibatkan pangkat berderajat 2. Namun proses untuk mencari nilai a dan b untuk kemudian disubstitusikan ke hal yang ditanyakan dirasa cukup memakan waktu sehingga langkah yang tepat adalah menerapkan strategi bekerja mundur dengan melihat hal apa yang ditanyakan yaitu $a^4 + b^4$ kemudian menyederhanakannya, dan memperhatikan hal yang diketahui.

c. Jika $\tan(2x + 45°) = a$
$\tan(x + 30°) = b$
dengan ab bukan anggota $\{-1, 1, \sqrt{2}, -\sqrt{2}\}$
maka $\tan(3x + 75°)\tan(x + 15°) = \cdots$

(SBMPTN 2015)

Soal tersebut meminta untuk menyatakan hal yang ditanyakan dalam bentuk a dan b sehingga lebih tepat bekerja mundur.Mulai dari melihat hal yang ditanyakan, menyederhanakannya, dan memperhatikan hal yang diketahui.

Strategi Ekuivalensi

Strategi ekuivalensi adalah mengubah bentuk soal awal menjadi soal baru yang sama sekali berbeda. Tujuannya adalah untuk mempermudah menyelesaikan soal tersebut.

Contoh **:**

a. Diketahui $xy = 2$ dan $x^2 + y^2 = 5$ maka nilai $\frac{x}{y} + \frac{y}{x}$ adalah …

(OSN Matematika 2012 Tingkat Kabupaten)

Dengan strategi ekuivalensi, kita mengubah $\frac{x}{y} + \frac{y}{x}$ menjadi bentuk $\frac{x^2+y^2}{xy}$.

b. Diketahui $a + b = 1$ dan $a^2 + b^2 = 2$ maka nilai $a^4 + b^4$ adalah…

(OSN Matematika 2012 Tingkat Kabupaten)

Dengan strategi ekuivalensi, kita mengubah bentuk $a^4 + b^4$ menjadi $(a^2 + b^2)^2 - 2(ab)^2$

c. Jika $\tan(2x + 45°) = a$
$\tan(x + 30°) = b$
dengan ab bukan anggota $\{-1, 1, \sqrt{2}, -\sqrt{2}\}$, maka
$\tan(3x + 75°)\tan(x + 15°) = \cdots$

(SBMPTN 2015)

Dengan strategi ekuivalensi, kita mengubah bentuk

$$\tan(3x + 75°)\tan(x + 15°)$$

menjadi

$[\tan\{(2x + 45°) + (x + 30°)\}\tan\{(2x + 45°) - \tan(x + 30°)\}]$dengan memanfaatkan sifat jumlah dan selisih dua sudut pada tangen, didapat bentuk :

$$\left(\frac{\tan\{(2x + 45°) + \tan(x + 30°)\}}{1 - \tan\{(2x + 45°)\tan(x + 30°)\}}\right)\left(\frac{\tan\{(2x + 45°) - \tan(x + 30°)\}}{1 + \tan\{(2x + 45°)\tan(x + 30°)\}}\right)$$

Analisis gabungan Strategi Bekerja Mundur dan Menerapkan Ekuivalensi

Strategi Bekerja Mundur dan menerapkan Ekuivalensi dapat digunakan secara bersama-sama dalam beberapa soal.Penerapan kombinasi strategi tersebut adalah pada soal dimana hal yang ditanyakan bentuknya lebih kompleks daripada hal yang diketahui.Berikut adalah contoh penggunaan kombinasi strategi bekerja mundur dan menerapkan ekuivalensi berdasarkan langkah Polya.

Contoh:

a. Diketahui $xy = 2$ dan $x^2 + y^2 = 5$ maka nilai $\frac{x}{y} + \frac{y}{x}$ adalah …

(OSN Matematika 2012 Tingkat Kabupaten)

Analisis penyelesaian permasalahan tersebut berdasar Langkah yang dikemukakan Polya adalah sebagai berikut :

1) Memahami Masalah

Pada kegiatan ini, hal yang dilakukan adalah:

- Merumuskan apa yang diketahui yaitu:
  $xy = 2$dan$x^2 + y^2 = 5$
- Merumuskan apa yang ditanyakan yaitu: nilai $\frac{x}{y} + \frac{y}{x}$
- Melihat kembali apakah informasi yang ada pada soal cukup serta kondisi apa yang harus dipenuhi. Dalam permasalahan tersebut syarat ini sudah terpenuhi karena soal bisa dikerjakan dengan memanfaatkan apa yang diketahui.

2) Menyusun Strategi

Setelah memahami permasalahan tersebut, langkah selanjutnya adalah menyusun strategi atau rencana penyelesaian dari permasalahan yang ada.Strategi yang akan digunakan adalah bekerja mundur dan menerapkan ekuivalensi. Tetapi, tidak menutup kemungkinan ada strategi lain selain kedua strategi ini yang dapat dimanfaatkan untuk menyelesaikan permasalahan tersebut. Langkah bekerja mundur dimulai dari melihat apa yang ditanyakan yaitu $\frac{x}{y} + \frac{y}{x}$ kemudian berlanjut ke strategi menerapkan ekuivalensi dengan mengubah bentuk tersebut menjadi lebih sederhana sehingga bisa langsung memanfaatkan hal yang diketahui.

3) Melaksanakan Strategi

Pada langkah ini kita akan menjalankan strategi yang telah disusun pada langkah kedua yaitu bekerja mundur dan menerapkan ekuivalensi. Tahap pertama adalah strategi bekerja mundur yaitu bergerak dari belakang dengan memandang apa yang ditanyakan yaitu$\frac{x}{y} + \frac{y}{x}$. Tahap selanjutnya yaitu menerapkan ekuivalensi, yaitu dengan mengubah bentuk $\frac{x}{y} + \frac{y}{x}$menjadi $\frac{x^2+y^2}{xy}$. Berdasarkan hal yang diketahui : $xy = 2$ dan $x^2 + y^2 = 5$didapat hasil dari $\frac{x^2+y^2}{xy}$ yaitu $\frac{5}{2}$.

4) Memeriksa kembali prosedur dan hasil penyelesaian

Kegiatan pada langkah ini adalah menganalis dan mengevaluasi apakah prosedur yang diterapkanpada langkah 1 sampai 3 sudah benar, apakah ada langkah yang terlewat, atau perhitungan yang kurang teliti.

b.Diketahui $a + b = 1$ dan $a^2 + b^2 = 2$ maka nilai $a^4 + b^4$ adalah…

(OSN Matematika 2012 Tingkat Kabupaten)

Analisis penyelesaian permasalahan tersebut berdasar Langkah yang dikemukakan Polya adalah sebagai berikut :

1) Memahami Masalah

Pada kegiatan ini, hal yang dilakukan adalah:

- Merumuskan apa yang diketahui yaitu:
  $a + b = 1$dan$a^2 + b^2 = 2$
- Merumuskan apa yang ditanyakan yaitu: nilai $a^4 + b^4$
- Melihat kembali apakah informasi yang ada pada soal cukup serta kondisi apa yang harus dipenuhi. Dalam permasalahan tersebut syarat ini sudah terpenuhi karena soal bisa dikerjakan dengan memanfaatkan apa yang diketahui.

2) Menyusun Strategi

ISSN 2614-0357

Setelah memahami permasalahan tersebut, langkah selanjutnya adalah menyusun strategi atau rencana penyelesaian dari permasalahan yang ada.Strategi yang akan digunakan adalah bekerja mundur dan menerapkan ekuivalensi. Tetapi, tidak menutup kemungkinan ada strategi lain selain kedua strategi ini yang dapat dimanfaatkan untuk menyelesaikan permasalahan tersebut. Langkah bekerja mundur dimulai dari melihat apa yang ditanyakan yaitu a^4+b^4kemudian berlanjut ke strategi menerapkan ekuivalensi dengan mengubah bentuk tersebut menjadi lebih sederhana sehingga bisa langsung memanfaatkan hal yang diketahui.

3) Melaksanakan Strategi

Pada langkah ini kita akan menjalankan strategi yang telah disusun pada langkah kedua yaitu bekerja mundur dan menerapkan ekuivalensi. Tahap pertama adalah strategi bekerja mundur yaitu bergerak dari belakang dengan memandang apa yang ditanyakan yaitu a^4+b^4**.** Tahap selanjutnya yaitu menerapkan ekuivalensi, yaitu dengan mengubah bentuk a^4+b^4menjadi

$(a^2+b^2)^2-2(ab)^2$.

Perhatikan untuk ab karena tidak diketahui maka dapat dicari dengan memanipulasi bentuk **:**

$$a^2+b^2=2$$
$$\leftrightarrow (a+b)^2-2ab=2$$
$$\leftrightarrow (1)^2-2ab=2$$
$$\leftrightarrow ab=-\frac{1}{2}$$

Karena semua komponen telah diketahui, maka

$a^4+b^4=(a^2+b^2)^2-2(ab)^2$ = $(2)^2-2(-\frac{1}{2})^2=3\frac{1}{2}$

4) Memeriksa kembali prosedur dan hasil penyelesaian

Kegiatan pada langkah ini adalah menganalis dan mengevaluasi apakah prosedur yang diterapkanpada langkah 1 sampai 3 sudah benar, apakah ada langkah yang terlewat, atau perhitungan yang kurang teliti.

c. Jika $\tan(2x+45°)=a$

$\tan(x+30°)=b$

dengan ab bukan anggota $\{-1,1,\sqrt{2},-\sqrt{2}\}$ maka$\tan(3x+75°)\tan(x+15°)=\dots$

(SBMPTN 2015)

Analisis penyelesaian permasalahan tersebut berdasar Langkah yang dikemukakan Polya adalah sebagai berikut :

1) Memahami Masalah

Pada kegiatan ini, hal yang dilakukan adalah:

- Merumuskan apa yang diketahui yaitu:

$\tan(2x+45°)=a$

$\tan(x+30°)=b$

- Merumuskan apa yang ditanyakan yaitu:

Nilai $\tan(3x+75°)\tan(x+15°)=\dots$

- Melihat kembali apakah informasi yang ada pada soal cukup serta kondisi apa yang harus dipenuhi. Dalam permasalahan tersebut syarat ini sudah terpenuhi karena soal bisa dikerjakan dengan memanfaatkan apa yang diketahui dan kondisi yang harus dipenuhi adalah ab bukan anggota $\{-1,1,\sqrt{2},-\sqrt{2}\}$.

2) Menyusun Strategi

Setelah memahami permasalahan tersebut, langkah selanjutnya adalah menyusun strategi atau rencana penyelesaian dari permasalahan yang ada.Strategi yang akan digunakan adalah bekerja mundur dan menerapkan ekuivalensi. Tetapi, tidak menutup kemungkinan ada strategi lain selain kedua strategi ini yang dapat dimanfaatkan untuk menyelesaikan permasalahan tersebut. Langkah bekerja mundur dimulai dari melihat apa yang ditanyakan kemudian berlanjut ke strategi menerapkan ekuivalensi dengan mengubah bentuk tersebut menjadi lebih sederhana sehingga bisa langsung memanfaatkan hal yang diketahui.

3) Melaksanakan Strategi

Pada langkah ini kita akan menjalankan strategi yang telah disusun pada langkah kedua yaitu bekerja mundur dan menerapkan ekuivalensi. Tahap pertama adalah strategi bekerja mundur yaitu bergerak dari belakang dengan memandang apa yang ditanyakan yaitu

$$\tan(3x + 75°)\tan(x + 15°) = \cdots$$

Tahap selanjutnya yaitu menerapkan ekuivalensi, yaitu dengan mengubah bentuk

$$\tan(3x + 75°)\tan(x + 15°) = \cdots$$

menjadi

$$[\tan\{(2x + 45°) + (x + 30°)\}$$
$$\tan\{(2x + 45°) - \tan(x + 30°)\}]$$

dengan memanfaatkan sifat jumlah dan selisih dua sudut pada tangen, didapat bentuk :

$$\left(\frac{\tan\{(2x + 45°) + \tan(x + 30°)\}}{1 - \tan\{(2x + 45°)\tan(x + 30°)\}}\right)$$
$$\left(\frac{\tan\{(2x + 45°) - \tan(x + 30°)\}}{1 + \tan\{(2x + 45°)\tan(x + 30°)\}}\right)$$

Dari menerapkan strategi ekuivalensi tersebut, hal yang diketahui sudah bisa dimanfaatkan sehingga didapat:

$$\left(\frac{a + b}{1 - ab}\right)\left(\frac{a - b}{1 + ab}\right) = \frac{a^2 - b^2}{1 - a^2b^2}$$

4) Memeriksa kembali prosedur dan hasil penyelesaian

Kegiatan pada langkah ini adalah menganalis dan mengevaluasi apakah prosedur yang diterapkanpada langkah 1 sampai 3 sudah benar, apakah ada langkah yang terlewat, atau perhitungan yang kurang teliti.

Contoh Soal Dimana Kombinasi Strategi Tidak Bisa Digunakan

Jika a dan b adalah bilangan real yang memenuhi $a + b = 3$ dan $a^2 + ab = 7$ maka nilai a adalah…

(OSN Matematika 2012 Tingkat Nasional)

Dalam hal ini strategi bekerja mundur tidak dapat digunakan karena kita tidak bisa bergerak dari apa yang ditanyakan sehingga harus bekerja pada hal yang diketahui terlebih dahulu. Hal ini bertentangan dengan pengertian strategi bekerja mundur. Namun sebenarnya untuk strategi menerapkan ekuivalensi bisa digunakan karena bentuk $a^2 + ab = 7$ dapat diubah menjadi $a(a + b) = 7$.

Keefektifan Strategi Bekerja Mundur dan Menerapkan Ekuivalensi untuk Menyelesaikan Masalah Sistem Persamaan

Strategi Bekerja Mundur dan menerapkan Ekuivalensi dapat digunakan secara bersama-sama dalam beberapa soal, dimana hal yang ditanyakan bentuknya lebih kompleks daripada hal yang diketahui.

Permasalahan terkait sistem persamaan seperti yang sudah dipaparkan dalam pembahasan, jika diselesaikan dengan metode substitusi tidak efektif karena melibatkan pangkat 4 pada salah satu variabel. Hal tersebut justru membuat permasalahan menjadi tambah rumit sehingga langkah yang tepat adalah menerapkan strategi bekerja mundur dengan melihat hal apa yang ditanyakan kemudian menyederhanakannya dan memperhatikan hal yang diketahui.

Selain itu, ada juga soal yang jika diselesaikan dengan metode substitusi tidak efektif meskipun hanya melibatkan pangkat berderajat 2. Namun proses untuk mencari nilai a dan b untuk kemudian disubstitusikan ke hal yang ditanyakan dirasa cukup memakan waktu sehingga langkah yang tepat adalah menerapkan strategi bekerja mundur dengan melihat hal apa yang ditanyakan kemudian menyederhanakannya, dan memperhatikan hal yang diketahui.

Sehingga dapat disimpulkan bahwa kombinasi strategi ini cukup efektif karena tidak memakan waktu yang banyak serta langkah perhitungan yang lebih sedikir. Tetapi tidak menutup kemungkinan, ada strategi lain yang lebih efektif lagi daripada kombinasi strategi ini.

5. *KESIMPULAN*

Dari penjelasan diatas, dapat disimpulkan bahwa dalam menyelesaikan permasalahan matematika non rutin sistem persamaan dapat diterapkan kombinasi strategi bekerja mundur dan menerapkan ekuivalensi menggunakan langkah pemecahan masalah yang dikemukakan oleh Polya.

Kombinasi strategi tersebut cukup efektif karena tidak memakan waktu yang banyak serta langkah perhitungan yang lebih sedikir. Tetapi tidak menutup kemungkinan, ada strategi lain yang lebih efektif lagi daripada kombinasi strategi ini.

6. REFERENSI

[1] Hartono, Y. (Ed). (2014). *Matematika Strategi Pemecahan Masalah.* Yogyakarta: Graha Ilmu.

[2] Riffyanti, L. dan Setiawan, R. (2017). Analisis Strategi Langkah Mundur dan Bernalar Logis dalam Menentukan Bilangan dan Nilainya. *Jurnal Aksioma.*Vol. 6, No. 1, 115-127.

[3] Mujiyati. (2015). *Siap Jadi Juara OSN Matematika.* Yogyakarta: Pustaka Bare

[4] Sumardyono, (2010) .*Tahapan dan Strategi Memecahkan Masalah Matematika*. Yogyakarta: PPPPTK Matematika